LA LOGICA

La scienza che fornisce all'uomo gli strumenti per controllare la validità dei suoi ragionamenti.

ENUNCIATI O PROPOSIZIONI: indicano affermazioni dichiarative di cui è possibile stabilirne la verità e la falsità indipendentemente da punti di vista soggettivi (gli enunciati si indicano sempre con lettere minuscole dell'alfabeto, dalla p in poi)

ESEMPIO:

è un enunciato: p:"Milano non è la capitale D'Italia" (dichiarativa, non soggettiva)

non è un enunciato: q:" i calciatori di calcio di serie A sono pagati molto" (dichiarativa e soggettiva)

Un enunciato è composto da un **argomento** e da un **predicato**

p:"Milano non è la capitale d'Italia"

- Milano = argomento
- non è la capitale d'Italia = predicato

VALORI DI VERITA' di un enunciato: sono i termini primitivi **vero** o **falso**

ESEMPIO:

è un enunciato falso: Milano è la capitale d'Italia

è un enunciato vero: i calciatori di calcio di serie A sono bravi

ENUNCIATI APERTI O P(x): indicano affermazioni dichiarative in cui l'argomento è indicato da un simbolo detto variabile che può assumere più valori di una stessa categoria (o appartenenti ad un insieme assegnato detto insieme di definizione), mentre il predicato è sempre lo stesso.

ESEMPIO: P(x): "x è un numero dispari" $x \in A = \{3,5,7,11\}$ $\in$ = APPARTIENE

x = variabile di A A = insieme di definizione

Q(x):"x è un numero naturale" $x \in N = \{0,1,23,\ldots\ldots\ldots\}$

x = variabile di N N = insieme di definizione

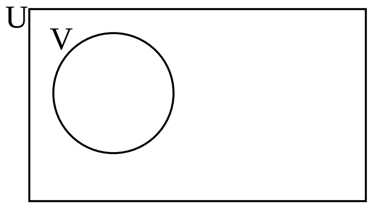
INSIEME DI VERITA' di un enunciato aperto = l'insieme dei valori per i quali l'enunciato aperto diventa un enunciato vero

ESEMPIO: Q(x): " x è una lettera della parola ambasciatore"

Si determina, poiché non è stato assegnato l'insieme di definizione: U= $\{a,b,c,d,e,f,\ldots\ldots\ldots\}$

Si determina l'insieme di verità dell'enunciato aperto: V= $\{a,b,m,s,r,e,t,i,o\}$

Si rappresentano graficamente i due insiemi con i diagrammi di Eulero-Venn



Dato un generico enunciato semplice p (gli enunciati si indicano sempre con lettere minuscole dell'alfabeto, dalla p in poi), per rappresentare i valori di verità di p si utilizza una tabella detta **TAVOLA DI VERITA'**, ovvero:

p
V
F

E' possibIle studiare i valori di verità di due generici enunciati p e q in modo da poterli analizzare contemporaneamente. I quattro casi che si possono verificare, si possono facilmente leggere dalla seguente tavola di verità:

p	**q**
V	V
V	F
F	V
F	F

Questo tipo di rappresentazione è molto utile nello studio degli **ENUNCIATI COMPOSTI**.

I CONNETTIVI LOGICI: sono alcune congiunzioni del linguaggio naturale, tradotte in simboli, che servono a costruire enunciati composti di enunciati semplici.

Essi sono: simboli

➢ la negazione	non	$\overline{p}$
➢ la congiunzione	e	$\wedge$
➢ la disgiunzione	o	$\vee$
➢ l'implicazione	se ……. allora……..	$\rightarrow$

LA NEGAZIONE: si ottiene negando un enunciato, ovvero da p si passa a $\overline{p}$ e si legge *non p*

ESEMPIO:

P(x): "x è una vocale" x $\in \{a, c, e, f, q, u\}$

Enunciato vero se x= a,e,u
Enunciato falso se x= f,q,c

La sua negazione è:

$\overline{P(x)}$:"x non è una vocale" x $\in \{a, c, e, f, q, u\}$

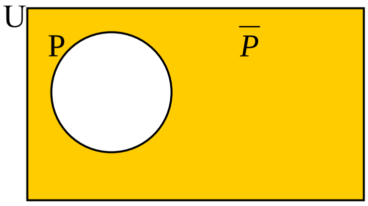
Enunciato vero se x= c,f,q,
Enunciato falso se x= a,e,u

La <u>tavola di verità della negazione logica</u> è la seguente:

p	$\overline{p}$
V	F
F	V

<u>DEF: La negazione di un enunciato p è non p, che è falso quando p è vero, ed è vero quando p è falso.</u>

Dal punto di vista insiemistico, l'insieme di verità della negazione corrisponde al **complementare** dell'insieme di verità dell'enunciato di partenza.



P(x): "x è una vocale"

$\overline{P(x)}$:"x non è una vocale"

U= $\{a, c, e, f, q, u\}$

P= $\{a, e, u\}$

$\overline{P} = \{c, f, q\}$

LA CONGIUNZIONE: si ottiene aggiungendo la congiunzione "e" tra due enunciati semplici, permettendo così la formazione di un enunciato composto, si legge **<u>p e q</u>** e simbolicamente si scrive $\boldsymbol{p \wedge q}$

$\wedge$ = e

ESEMPIO:

P(x): "x è una lettera della parola madre" $x \in$ alfabeto
Enunciato vero se x= m,a,d,r,e
Enunciato falso se x= c, f,o,p,q,…………

Q(x): "x è una lettera della parola padre" $x \in$ alfabeto
Enunciato vero se x= p,d,r,a,e
Enunciato falso se x= c,f,n,…………..

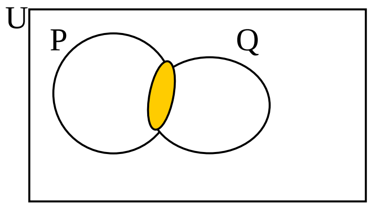
La congiunzione logica tra p e q è:
P(x) $\wedge$ Q(x):"x è una lettera della parola madre e della parola padre" $x \in$ alfabeto
Enunciato vero se x= a,e,r,d
Enunciato falso se x= m,p,f,……

La <u>tavola di verità della congiunzione logica</u> è la seguente:

p	**q**	**p $\wedge$ q**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

DEF: La congiunzione tra due enunciati p e q è un enunciato $p \wedge q$ (si legge p e q) che è vero solo quando p e q sono contemporaneamente veri e falso in tutti gli altri casi.

Dal punto di vista insiemistico, l'insieme di verità della congiunzione corrisponde all'**intersezione** degli insiemi di verità dei due enunciati di partenza.



P(x): "x è una lettera della parola madre"
Q(x): "x è una lettera della parola padre"
U= $\{a, b, c, d, e, f, ...\}$
P= $\{m, a, d, r, e\}$
Q= $\{p, a, d, r, e\}$
P(x) $\wedge$ Q(x) : "x è una lettera della parola madre e padre"
P $\cap$ Q= $\{a, d, r, e\}$

LA DISGIUNZIONE: si ottiene aggiungendo la congiunzione "**o**" tra due enunciati semplici, permettendo così la formazione di un enunciato composto, si legge **p o q** e simbolicamente si scrive ***p*** $\vee$ ***q.***

$\vee$ = O

ESEMPIO:

P(x): "x è una lettera della parola madre"   x $\in$ alfabeto
Enunciato vero se x= m,a,d,r,e
Enunciato falso se x= c, f,o,p,q,…………

Q(x): "x è una lettera della parola padre"   x $\in$ alfabeto
Enunciato vero se x= p,d,r,a,e
Enunciato falso se x= c,f,n,…………..

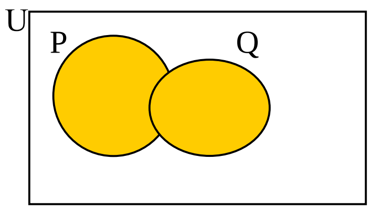
La disgiunzione logica tra p e q è:
P(x) $\vee$ Q(x):"x è una lettera della parola madre o della parola padre"   x $\in$ alfabeto
Enunciato vero se x= m,p,a,e,r,d
Enunciato falso se x= f, g, h, i, ……

La tavola di verità della disgiunzione logica è la seguente:

p	**q**	**p $\vee$ q**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

DEF: La disgiunzione (inclusiva) tra due enunciati p e q è un enunciato p $\vee$ q (si legge p o q) che è falso solo quando p e q sono entrambi falsi e vero in tutti gli altri casi.

Dal punto di vista insiemistico, l'insieme di verità della disgiunzione corrisponde all'**unione** degli insiemi di verità dei due enunciati di partenza.



P(x): "x è una lettera della parola madre"
Q(x): "x è una lettera della parola padre"
U= $\{a, b, c, d, e, f, ...\}$

P=$\{m, a, d, r, e\}$
Q=$\{p, a, d, r, e\}$
P(x) $\vee$ Q(x) : "x è una lettera della parola madre o padre"
P$\cup$Q=$\{m, p, a, d, r, e\}$

LA IMPLICAZIONE MATERIALE O CONDIZIONALE: si ottiene costruendo un enunciato composto aggiungendo il termine SE all'inizio ed il termine ALLORA tra i due enunciati semplici, si legge **se p allora q** e simbolicamente si scrive $p \rightarrow q$; si ottiene così una frase tipica come quella usata nei **TEOREMI.**

$\rightarrow$= ALLORA

La tavola di verità è la seguente:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

DEF: La implicazione tra due enunciati p e q è un enunciato $p \rightarrow q$ (si legge se p allora q) che è falso solo quando p è vero e q falso, vero in ogni altro caso.

IMPLICAZIONE CONTRARIA, INVERSA O CONTRONOMINALE

Data un'implicazione $p \rightarrow q$ si ha che:

- $\overline{p} \rightarrow \overline{q}$ è l'implicazione contraria di $p \rightarrow q$
- $q \rightarrow p$ è l'implicazione inversa di $p \rightarrow q$
- $\overline{q} \rightarrow \overline{p}$ è l'implicazione contro nominale di $p \rightarrow q$

COIMPLICAZIONE MATERIALE O BICONDIZIONALE

si ottiene costruendo un enunciato composto aggiungendo il termine SE E SOLO SE tra i due enunciati semplici, si legge **p se e solo se q** e simbolicamente si scrive $p \leftrightarrow q$; si ottiene così una frase tipica come quella usata nei **TEOREMI**.

$\leftrightarrow$= SE E SOLO SE

La tavola di verità è la seguente:

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

DEF: Si definisce complicazione materiale o bicondizionale di p e q, $p \leftrightarrow q$ (si legge p se e solo se q) la proposizione che è vera quando p e q hanno lo stesso valore di verità e falsa in caso contrario.